La Turbulence : aspects généraux

Par CISSE Ibrahim

Table des matières

1 Introduction

Les écoulements turbulents sont omniprésents dans la nature et dans le monde industriel : écoulements atmosphériques, flux océaniques, circulation sanguine, jets, conduites, etc. Ils se caractérisent par un comportement désordonné, tridimensionnel, instationnaire et hautement non linéaire des champs de vitesse et de pression.
Malgré le nombre de recherches sur le sujet, la turbulence demeure l'un des problèmes non résolus de la physique classique. Comprendre et modéliser la turbulence est essentiel pour prédire et contrôler les écoulements dans l'ingénierie et les sciences naturelles.

2 Définition et caractéristiques générales

Il n'existe pas de définition claire et précise de la turbulence, un écoulement turbulent est généralement reconnu par les propriétés suivantes :

— **Désordre apparent :** les vitesses et pressions varient rapidement dans le temps et l'espace.
— **Trois dimensions :** les structures turbulentes sont tridimensionnelles.
— **Dissipation :** l'énergie cinétique est transférée des grandes échelles (structures énergétiques) vers les petites échelles où elle est dissipée par la viscosité.
— **Diffusion accrue :** le mélange de quantité de mouvement, chaleur et masse est bien plus efficace que dans un écoulement régulier.
— **Large gamme d'échelles :** la turbulence comporte des ordres d'échelles spatiales et temporelles très différentes.

FIGURE 1 – *
Sillage turbulent

FIGURE 2 – *
Turbulence océanique

3 Expériences et observations

Les expériences de Reynolds (1883) sur l'écoulement d'eau dans un tube ont permis de comprendre que le passage d'un état d'écoulement régulier à désordonné est gouverné par les paramètres regroupés dans le nombre sans dimensions dit *nombre de Reynolds* :

$$Re = \frac{UD}{\nu}$$

où U est la vitesse moyenne, L le diamètre du tube et ν la viscosité cinématique. Pour de faibles Re, l'écoulement est laminaire(régulier) ; au-delà d'un certain seuil critique, il devient turbulent.

4 Équations fondamentales

Les écoulements turbulents obéissent aux équations de Navier–Stokes pour un fluide incompressible :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

où :

- $\mathbf{u}$: champ de vitesse,
- p : pression,
- ρ : masse volumique,
- ν : viscosité cinématique.

Ces équations sont exactes, mais leur résolution directe pour des écoulements turbulents (DNS — *Direct Numerical Simulation*) est extrêmement coûteuse en calcul, car il faut discrétiser toutes les échelles spatiales et temporelles.

5 Cascade d'énergie

Dans un écoulement turbulent, l'énergie cinétique est principalement injectée aux grandes échelles (par exemple, par un obstacle ou une instabilité ou par cisaillement du champ moyen). Cette énergie ne disparaît pas directement : elle est transférée progressivement vers des échelles plus petites, jusqu'à ce qu'elle soit dissipée par la viscosité du fluide.
Ce processus est appelé **cascade d'énergie**. Kolmogorov (1941) a proposé une théorie statistique pour décrire cette cascade et les échelles caractéristiques de la turbulence.

5.1 Hypothèses de Kolmogorov

Kolmogorov s'est appuyé sur trois hypothèses fondamentales :

1. **Homogénéité et isotropie** : À petite échelle, la turbulence est statistiquement la même en tout point et dans toutes les directions. Autrement dit, il n'y a pas de direction privilégiée et pas d'effet des parois ou des conditions limites.

2. **Séparation des échelles** : Il existe une large gamme d'échelles entre :
   — les grandes échelles L, où l'énergie est injectée,
   — les petites échelles η, où l'énergie est dissipée par la viscosité.
   Entre ces deux extrêmes, se trouve une zone appelée *gamme inertielle*, où l'énergie est simplement transférée sans perte ni gain.
3. **Universalité à petite échelle** : Les plus petites structures turbulentes ne dépendent pas de la nature spécifique de l'écoulement (géométrie, conditions aux limites, etc.), mais seulement de deux paramètres locaux : la viscosité cinématique ν et le taux de dissipation d'énergie par unité de masse ε.

5.2 Définition du taux de dissipation

Le taux de dissipation ε représente la quantité d'énergie cinétique dissipée par viscosité par unité de masse et de temps :

$$\varepsilon = 2\nu\,\overline{S_{ij}S_{ij}}$$

où $S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\partial_i u_j + \partial_j u_i\right)$ est le tenseur de taux de déformation. Physiquement, ε mesure la vitesse à laquelle l'énergie turbulente devient de la chaleur.

5.3 Détermination de l'échelle de Kolmogorov η

On cherche à déterminer la plus petite échelle de la turbulence, notée η, à partir des quantités ν et ε.
Kolmogorov a appliqué le **principe de similitude dimensionnelle** : à l'échelle η, les seuls paramètres pertinents sont la viscosité et le taux de dissipation.

$$[\nu] = L^2T^{-1}, \quad [\varepsilon] = L^2T^{-3}$$

On cherche une combinaison η de ces deux grandeurs ayant les dimensions d'une longueur :

$$\eta \sim \nu^a\varepsilon^b$$

On impose :

$$[L] = (L^2T^{-1})^a(L^2T^{-3})^b = L^{2a+2b}T^{-a-3b}$$

Pour que cette expression soit homogène à une longueur L^1, il faut :

$$\begin{cases} 2a + 2b = 1 \\ -a - 3b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

D'où :

$$\boxed{\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4}}$$

Cette échelle est appelée **échelle de Kolmogorov** : c'est la plus petite taille des structures turbulentes avant que la dissipation visqueuse ne domine.

5.4 La gamme inertielle et le spectre d'énergie

Entre les grandes échelles L (production) et les petites échelles η (dissipation), se trouve une zone dite **gamme inertielle**. Dans cette gamme : - l'énergie se transfère d'une échelle à l'autre, - sans intervention de la viscosité, - ni apport d'énergie externe.
La seule grandeur pertinente pour décrire le comportement statistique est donc ε.
Kolmogorov a proposé que le spectre d'énergie $E(k)$ (énergie contenue dans les modes d'onde de nombre d'onde k) dépend uniquement de ε et de k.
Par analyse dimensionnelle :

$$[E(k)] = L^3T^{-2}, \quad [\varepsilon] = L^2T^{-3}, \quad [k] = L^{-1}$$

On cherche :

$$E(k) \sim C\,\varepsilon^a\,k^b$$

On impose l'homogénéité dimensionnelle :

$$L^3T^{-2} = (L^2T^{-3})^a(L^{-1})^b = L^{2a-b}T^{-3a}$$

D'où :

$$\begin{cases} 2a - b = 3 \\ -3a = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

On obtient donc la célèbre **loi des -5/3** :

$$\boxed{E(k) = C\,\varepsilon^{2/3}\,k^{-5/3}}$$

où $C \approx 1.5$ est une constante universelle (constante de Kolmogorov).

5.5 Interprétation physique

— Les grandes structures (grands tourbillons) contiennent la majorité de l'énergie cinétique.
— Elles se déforment et se fragmentent en structures plus petites, transmettant l'énergie par effet inertiel.
— Ce processus continue jusqu'à atteindre les échelles de Kolmogorov, où la viscosité transforme cette énergie en chaleur.

6 Pourquoi étudier la turbulence ?

Outre ses applications industrielles, la turbulence constitue un domaine fondamental de la physique non linéaire. Elle relie des disciplines variées : mécanique, thermodynamique, statistiques, et même théorie du chaos.
L'étude de la turbulence permet de :

- mieux comprendre les mécanismes de **transfert d'énergie** entre les différentes échelles,
- développer et affiner les **modèles numériques** utilisés en simulation CFD (Computational Fluid Dynamics),
- concevoir des **systèmes plus performants et économes en énergie**.

La compréhension et la maîtrise de cette discipline sont essentielles dans de nombreux domaines pour :

- réduire les **pertes énergétiques** (aéronautique, réseaux de pipelines),
- améliorer le **mélange** et la **combustion** dans les procédés chimiques ou moteurs,
- accroître la **précision des prévisions météorologiques et climatiques**,
- analyser les **écoulements biologiques** (sang, respiration, bioturbation) et **astrophysiques** (jets stellaires, disques d'accrétion).